

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Wstęp do teorii miary, PG_00155409						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2026/2027		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie		Grupa zajęć				
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	2		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	4		Liczba punktów ECTS		6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		egzamin		
Jednostka prowadząca							
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr hab. Rafał Filipów				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami teorii miary i całki.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Effekt kierunkowy	Effekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATL3_U02] potrafi poprawnie posługiwać się poznanymi pojęciami analizy matematycznej, potrafi - na prostym i średnim poziomie trudności - stosować poznane twierdzenia i metody tej dziedziny oraz umie zinterpretować otrzymane wyniki	Weryfikuje podstawowe własności i dowodzi proste fakty dotyczące miar i całek oraz odwzorowań mierzalnych.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATL3_W09] zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody teorii miary i całki.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATL3_U05] potrafi poprawnie posługiwać się poznanymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa i statystyki, potrafi - na prostym i średnim poziomie trudności - stosować poznane twierdzenia i metody tych dziedzin oraz umie zinterpretować otrzymane wyniki	Weryfikuje podstawowe własności i dowodzi proste fakty dotyczące miar i całek oraz odwzorowań mierzalnych.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATL3_W08] zna i rozumie budowę teorii matematycznych, potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk	Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody teorii miary i całki.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATL3_K04] jest gotów do zrozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; etycznego postępowania	Rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATL3_U09] potrafi zaplanować sposób rozwiązania określonego problemu oraz sporządzić poprawny zapis tego rozwiązania, podając ścisłe i precyzyjne uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	Weryfikuje podstawowe własności i dowodzi proste fakty dotyczące miar i całek oraz odwzorowań mierzalnych.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATL3_U08] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, formułować definicje i twierdzenia oraz przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne dotyczące poznanych zagadnień	Weryfikuje podstawowe własności i dowodzi proste fakty dotyczące miar i całek oraz odwzorowań mierzalnych.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATL3_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATL3_W02] zna i rozumie podstawowe pojęcia, metody i twierdzenia analizy matematycznej oraz podstawowe przykłady zarówno ilustrujące konkretne pojęcia z tej dziedziny, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania	Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody teorii miary i całki.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATL3_K09] jest gotów do krytycznej oceny argumentów, znajdowania luk w rozumowaniach i konstruktywnej krytyki w stosunku do rozumowań innych osób	Potrafi krytycznie oceniać argumenty oraz znajdować luki w rozumowaniach swoich i innych osób.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATL3_W05] zna i rozumie podstawowe pojęcia, metody i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa i statystyki oraz podstawowe przykłady zarówno ilustrujące konkretne pojęcia z tych dziedzin, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania	Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody teorii miary i całki.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny

	<table><tr><td>Efekt kierunkowy</td><td>Efekt z przedmiotu</td><td>Sposób weryfikacji i oceny efektu</td></tr><tr><td>[MATL3_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia</td><td>Zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia.</td><td>[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta</td></tr><tr><td>[MATL3_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych</td><td>Potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych.</td><td>[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta</td></tr><tr><td>[MATL3_W09] zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń</td><td>Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody teorii miary i całki.</td><td>[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny</td></tr></table>	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu	[MATL3_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta	[MATL3_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta	[MATL3_W09] zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody teorii miary i całki.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny		
Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu													
[MATL3_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta													
[MATL3_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta													
[MATL3_W09] zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody teorii miary i całki.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny													
Treści przedmiotu	1. Przestrzeń z miarą. 2. Generowanie miary z miary zewnętrznej. 3. Miara Lebesgue'a. 4. Funkcje mierzalne. 5. Całka Lebesgue'a.														
Wymagania wstępne i dodatkowe															
Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się	<table><tr><td>Sposób oceniania (składowe)</td><td>Próg zaliczeniowy</td><td>Składowa oceny końcowej</td></tr><tr><td>kolokwia</td><td>51.0%</td><td>50.0%</td></tr><tr><td>egzamin</td><td>51.0%</td><td>50.0%</td></tr><tr><td>obserwacja postawy studenta</td><td>51.0%</td><td>0.0%</td></tr></table>	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	kolokwia	51.0%	50.0%	egzamin	51.0%	50.0%	obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%		
Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej													
kolokwia	51.0%	50.0%													
egzamin	51.0%	50.0%													
obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%													
Zalecana lista lektur	<table><tr><td>Podstawowa lista lektur</td><td> 1. R. Sikorski, Funkcje rzeczywiste I, PWN 1958 2. A. Birkholc Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych 3. D. Cohn Measure Theory </td></tr><tr><td>Uzupełniająca lista lektur</td><td> 1. P. Halmos, Measure theory, Springer 1974 2. G. Plebanek Miara i całka (skrypt dla studentów, IM UW) </td></tr><tr><td>Adresy eZasobów</td><td></td></tr></table>	Podstawowa lista lektur	1. R. Sikorski, Funkcje rzeczywiste I, PWN 1958 2. A. Birkholc Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych 3. D. Cohn Measure Theory	Uzupełniająca lista lektur	1. P. Halmos, Measure theory, Springer 1974 2. G. Plebanek Miara i całka (skrypt dla studentów, IM UW)	Adresy eZasobów									
Podstawowa lista lektur	1. R. Sikorski, Funkcje rzeczywiste I, PWN 1958 2. A. Birkholc Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych 3. D. Cohn Measure Theory														
Uzupełniająca lista lektur	1. P. Halmos, Measure theory, Springer 1974 2. G. Plebanek Miara i całka (skrypt dla studentów, IM UW)														
Adresy eZasobów															
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	1. Napisać definicję σ-algebry zbiorów oraz definicję miary na σ-algebrze. 2. Udowodnić, że każda miara jest sigma-podaddytywna 3. Napisać definicje całki Lebesguea funkcji prostej nieujemnej, funkcji nieujemnej oraz dowolnej funkcji. 4. Udowodnić twierdzenie Lebesguea o całkowaniu ciągu ograniczonego														
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy														

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.