

## Karta przedmiotu

|                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                           |           |                                                      |         |                       |       |
|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------|------------------------------------------------------|---------|-----------------------|-------|
| Nazwa i kod przedmiotu                   | Analiza matematyczna I, PG_00155232                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                           |           |                                                      |         |                       |       |
| Kierunek studiów                         | Modelowanie matematyczne i analiza danych (O)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                           |           |                                                      |         |                       |       |
| Data rozpoczęcia studiów                 | październik 2025 r.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Rok akademicki realizacji przedmiotu                      |           | 2025/2026                                            |         |                       |       |
| Poziom kształcenia                       | I stopnia - licencjackie                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Grupa zajęć                                               |           | Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów |         |                       |       |
| Forma studiów                            | stacjonarne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Sposób realizacji                                         |           | na uczelni                                           |         |                       |       |
| Rok studiów                              | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Język wykładowy                                           |           | polski                                               |         |                       |       |
| Semestr studiów                          | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Liczba punktów ECTS                                       |           | 9.0                                                  |         |                       |       |
| Profil kształcenia                       | ogólnoakademicki                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Forma zaliczenia                                          |           | egzamin                                              |         |                       |       |
| Jednostka prowadząca                     | Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                           |           |                                                      |         |                       |       |
| Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców) | Odpowiedzialny za przedmiot                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | dr hab. Barbara Wolnik                                    |           |                                                      |         |                       |       |
|                                          | Prowadzący zajęcia z przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                           |           |                                                      |         |                       |       |
| Formy zajęć                              | Forma zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Wykład                                                    | Ćwiczenia | Laboratorium                                         | Projekt | Seminarium            | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 60.0                                                      | 60.0      | 0.0                                                  | 0.0     | 0.0                   | 120   |
|                                          | W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                           |           |                                                      |         |                       |       |
| Aktywność studenta i liczba godzin pracy | Aktywność studenta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów |           | Udział w konsultacjach                               |         | Praca własna studenta | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin pracy studenta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 120                                                       |           | 15.0                                                 |         | 90.0                  | 225   |
| Cel przedmiotu                           | <p>Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• elementami logiki matematycznej, w szczególności z rachunkiem zdań i kwantyfikatorów i stosowania ich w prowadzeniu rozumowań,</li><li>• elementami teorii mnogości i topologii,</li><li>• pojęciami, twierdzeniami i metodami rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej.</li></ul> |                                                           |           |                                                      |         |                       |       |

| Efekty uczenia się przedmiotu | Effekt kierunkowy                                                                                                                                                                                                                                  | Effekt z przedmiotu                                                                                                                                                                                        | Sposób weryfikacji i oceny efektu                           |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
|                               | [MMiADL3_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania                                                                           | jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania w zakresie materiału realizowanego na zajęciach | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADL3_K09] jest gotów do krytycznej oceny argumentów, znajdowania luk w rozumowaniach i konstruktywnej krytyki w stosunku do rozumowań innych osób                                                                                              | jest gotów do krytycznej oceny argumentów, znajdowania luk w rozumowaniach i konstruktywnej krytyki w stosunku do rozumowań innych osób w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                    | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADL3_W01] zna i rozumie podstawowe pojęcia, metody i twierdzenia logiki matematycznej i teorii mnogości                                                                                                                                        | zna podstawowe pojęcia oraz wybrane metody i twierdzenia logiki matematycznej i teorii mnogości w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                            | [SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_U08] potrafi zaplanować sposób rozwiązania określonego problemu oraz sporządzić poprawny zapis tego rozwiązania, podając ścisłe i precyzyjne uzasadnienia poprawności swoich rozumowań                                                    | potrafi rozwiązywać zadania w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                                                                                                | [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_U07] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, formułować definicje i twierdzenia oraz przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne dotyczące poznanych zagadnień                                                               | poprawnie posługuje się poznanymi definicjami, metodami i twierdzeniami analizy matematycznej w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                              | [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_W02] zna i rozumie podstawowe pojęcia, metody i twierdzenia analizy matematycznej oraz podstawowe przykłady zarówno ilustrujące konkretne pojęcia z tej dziedziny, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania | rozumie pojęcia, metody i twierdzenia analizy matematycznej w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                                                                | [SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_W06] zna i rozumie wybrane pojęcia, metody i twierdzenia topologii                                                                                                                                                                        | zna podstawowe pojęcia oraz wybrane metody i twierdzenia topologii w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                                                         | [SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych                                                                                                                                                     | jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                                           | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADL3_U02] potrafi poprawnie posługiwać się poznanymi pojęciami analizy matematycznej, potrafi - na prostym i średnim poziomie trudności - stosować poznane twierdzenia i metody tej dziedziny oraz umie zinterpretować otrzymane wyniki        | poprawnie posługuje się poznanymi na zajęciach pojęciami i metodami analizy matematycznej                                                                                                                  | [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia                                                                                                                                               | zna ograniczenia własnej wiedzy w zakresie analizy matematycznej i jest gotów do dalszego kształcenia                                                                                                      | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADL3_W08] zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń                                                                                                                                               | zna twierdzenia analizy matematycznej w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                                                                                      | [SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_W07] zna i rozumie budowę teorii matematycznych, potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk                                                                      | zna metody analizy matematycznej w zakresie materiału realizowanego na zajęciach                                                                                                                           | [SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
|                               | [MMiADL3_U06] potrafi poprawnie posługiwać się poznanymi pojęciami topologii                                                                                                                                                                       | poprawnie posługuje się poznanymi na zajęciach pojęciami topologii                                                                                                                                         | [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |

|                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                             |
|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
|                                                               | Efekt kierunkowy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Efekt z przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Sposób weryfikacji i oceny efektu                           |
|                                                               | [MMiADL3_K04] jest gotów do zrozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; etycznego postępowania                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | jest gotów zrozumieć i docenić znaczenie uczciwości intelektualnej.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                                                               | [MMiADL3_U01] potrafi poprawnie posługiwać się poznanymi pojęciami logiki matematycznej i teorii mnogości                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | poprawnie posługuje się poznanymi na zajęciach pojęciami logiki matematycznej i teorii mnogości                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny                      |
| Treści przedmiotu                                             | <p>1. Liczby rzeczywiste. Aksjomatyka liczb rzeczywistych. Kresy zbiorów. Ciągi liczb rzeczywistych. Pojęcie ciągu, ciągi monotoniczne, ciągi ograniczone. Granica ciągu, tw. o granicach sum, iloczynów i ilorazów ciągów zbieżnych, tw. o trzech ciągach, granice ciągów monotonicznych. Warunek Cauchyego. Punkty skupienia ciągu, granica dolna i górna. Granice niewłaściwe.</p> <p>2. Szeregi liczbowe. Zbieżność i suma szeregu, szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Szereg harmoniczny. Podstawowe kryteria zbieżności szeregu o wyrazach nieujemnych. Zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa i warunkowa. Kryteria Dirichleta, Abela i Leibniza. Mnożenie szeregów.</p> <p>3. Funkcje rzeczywiste zmiennej rzeczywistej. Definicja Cauchyego i Heinego granicy i ciągłości funkcji. Ciągłość jednostajna. Własności funkcji ciągłej na przedziale domkniętym. Granice niewłaściwe.</p> <p>4. Pochodna funkcji jednej zmiennej. Pochodne funkcji elementarnych. Pochodna sumy, iloczynu, ilorazu i superpozycji funkcji, pochodna funkcji odwrotnej. Tw. Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego. Pochodne wyższych rzędów. Wzór Taylora. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremum lokalnego. Zastosowania rachunku różniczkowego do badania przebiegu zmienności funkcji. Reguły de l'Hospitala.</p> <p>5. Rachunek zdań i prawa rachunku kwantyfikatorów. Podstawowe elementy teorii mnogości i topologii.</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                             |
| Wymagania wstępne i dodatkowe                                 | Brak                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                             |
| Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się | Sposób oceniania (składowe)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Próg zaliczeniowy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Składowa oceny końcowej                                     |
|                                                               | obserwacja postawy studenta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 100.0%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.0%                                                        |
|                                                               | egzamin                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 51.0%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 50.0%                                                       |
|                                                               | kolokwia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 51.0%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 50.0%                                                       |
| Zalecana lista lektur                                         | Podstawowa lista lektur                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>K. Kuratowski "Rachunek różniczkowy i całkowy", PWN Warszawa 1973.</p> <p>K. Jankowska, T. Jankowski "Zbiór zadań z matematyki" Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 2003</p> <p>K. Jankowska, T. Jankowski "Zadania z matematyki wyższej" Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 2011</p> <p>J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.</p> <p>W. Marek, J. Onyszkiewicz "Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach", PWN Warszawa 1978</p> |                                                             |

|                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                         | Uzupełniająca lista lektur                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, PWN Warszawa 1986.<br><br>G.M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, tom I, II i III. PWN Warszawa 1978. |
|                                                                         | Adresy eZasobów                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                             |
| Przykładowe zagadnienia/<br>przykładowe pytania/<br>realizowane zadania | <p>Podaj i udowodnij nierówność Bernoulliego.</p> <p>Pokaż, że jeśli ciąg liczbowy jest rosnący (malejący) i ograniczony, to jest zbieżny.</p> <p>Podaj co najmniej dwa twierdzenia dotyczące rozszerzenia rachunku granic na granice niewłaściwe.</p> <p>Podaj definicje działań uogólnionych na rodzinach zbiorów i pojęcia te zobrazuj przykładami. Omów prawa de Morgana dla działań uogólnionych.</p> <p>Sformułuj warunek konieczny zbieżności szeregu. Podaj sformułowanie równoważne tego warunku wynikające z prawa transpozycji. Wyjaśnij, dlaczego jest to tylko warunek konieczny, a nie wystarczający. Podaj przykład szeregu, który spełnia ten warunek, ale jest rozbieżny. Podaj przykład szeregu, dla którego warunek konieczny pozwala na odpowiedzenie na pytanie o jego zbieżność.</p> <p>Omów kryterium Cauchyego oraz podaj przykład szeregu, którego zbieżność (rozbieżność) można wykazać przy użyciu tego kryterium. Podaj przykład szeregu, który nie reaguje na kryterium Cauchyego.</p> <p>Wykorzystując iloczyn Cauchyego, wyznaczyć wzór na <math>\sum_{n=0}^{\infty} x^n</math>, gdzie <math> x  &lt; 1</math>. W rozwiązaniu powołać się na odpowiednie twierdzenie dotyczące zbieżności szeregów.</p> <p>Co to jest szereg anharmoniczny? Czy jest on zbieżny, czy rozbieżny? Które kryterium z poznanych na wykładzie pozwala to rozstrzygnąć? Ile wynosi suma szeregu anharmonicznego? Jak permutacja wyrazów może wpłynąć na zachowanie się szeregu anharmonicznego?</p> <p>Jakie działania można wykonywać na funkcjach ciągłych, tak aby po przekształceniu nadal były ciągłe? W tym celu podaj i omów odpowiednie twierdzenia poznane na wykładzie.</p> <p>Uzasadnij ciągłość funkcji trygonometrycznych i cyklometrycznych.</p> <p>Podaj 4 najważniejsze własności funkcji ciągłych określonych w przedziale domkniętym. W tym celu omów odpowiednie twierdzenia poznane na wykładzie.</p> <p>Sformułuj i udowodnij warunek konieczny różniczkowalności. Korzystając z prawa transpozycji, zapisz go w postaci alternatywnej.</p> <p>Korzystając z poznanych twierdzeń wyprowadź wzór na pochodną funkcji <math>\arcsin</math>.</p> <p>Co wiadomo o funkcji ciągłej, która w każdym punkcie wewnętrznym dziedziny ma pochodną równą 0? Sformułuj i udowodnij odpowiednie twierdzenie.</p> |                                                                                                                                                                                             |
| Praktyki zawodowe<br>w ramach przedmiotu                                | Nie dotyczy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                             |

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.