

## Karta przedmiotu

|                                          |                                                                                                           |                                                           |                                      |                        |                                                      |                       |       |
|------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------|-------|
| Nazwa i kod przedmiotu                   | Zaawansowana analiza matematyczna, PG_00155444                                                            |                                                           |                                      |                        |                                                      |                       |       |
| Kierunek studiów                         | Matematyka (O)                                                                                            |                                                           |                                      |                        |                                                      |                       |       |
| Data rozpoczęcia studiów                 | październik 2025 r.                                                                                       |                                                           | Rok akademicki realizacji przedmiotu |                        | 2025/2026                                            |                       |       |
| Poziom kształcenia                       | II stopnia                                                                                                |                                                           | Grupa zajęć                          |                        | Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów |                       |       |
| Forma studiów                            | stacjonarne                                                                                               |                                                           | Sposób realizacji                    |                        | na uczelni                                           |                       |       |
| Rok studiów                              | 1                                                                                                         |                                                           | Język wykładowy                      |                        | polski                                               |                       |       |
| Semestr studiów                          | 1                                                                                                         |                                                           | Liczba punktów ECTS                  |                        | 6.0                                                  |                       |       |
| Profil kształcenia                       | ogólnoakademicki                                                                                          |                                                           | Forma zaliczenia                     |                        | egzamin                                              |                       |       |
| Jednostka prowadząca                     | Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki -> Zakład Funkcji Rzeczywistych |                                                           |                                      |                        |                                                      |                       |       |
| Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców) | Odpowiedzialny za przedmiot                                                                               |                                                           | prof. dr hab. Tomasz Natkaniec       |                        |                                                      |                       |       |
|                                          | Prowadzący zajęcia z przedmiotu                                                                           |                                                           |                                      |                        |                                                      |                       |       |
| Formy zajęć                              | Forma zajęć                                                                                               | Wykład                                                    | Ćwiczenia                            | Laboratorium           | Projekt                                              | Seminarium            | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin zajęć                                                                                       | 30.0                                                      | 30.0                                 | 0.0                    | 0.0                                                  | 0.0                   | 60    |
|                                          | W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0                                                               |                                                           |                                      |                        |                                                      |                       |       |
| Aktywność studenta i liczba godzin pracy | Aktywność studenta                                                                                        | Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów |                                      | Udział w konsultacjach |                                                      | Praca własna studenta | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin pracy studenta                                                                              | 60                                                        |                                      | 10.0                   |                                                      | 80.0                  | 150   |
| Cel przedmiotu                           | Zapoznanie studentów z pojęciami, twierdzeniami i metodami zaawansowanej teorii miary i całki.            |                                                           |                                      |                        |                                                      |                       |       |

|                                                             |                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Efekty uczenia się przedmiotu                               | Efekt kierunkowy                                                                                                                                                        | Efekt z przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Sposób weryfikacji i oceny efektu                                                                                                                |
|                                                             | [MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego                     | Student docenia znaczenie uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego.                                                                                                                                                                                                                                                               | [SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja<br>[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta                                           |
|                                                             | [MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki                                                                                      | Student zna i rozumie podstawowe pojęcia abstrakcyjnej teorii miary i całki.                                                                                                                                                                                                                                                                | [SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny                                                                                                           |
|                                                             | [MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania | Student potrafi precyzyjnie formułować pytania z zakresu zaawansowanej analizy matematycznej.                                                                                                                                                                                                                                               | [SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja<br>[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta                                           |
|                                                             | [MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia                                                                     | Student rozumie ograniczenia swojej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia.                                                                                                                                                                                                                                                            | [SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja<br>[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta                                           |
|                                                             | [MATMU2_U01] potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów                      | Student potrafi, w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować i dowodzić proste twierdzenia, stosować poznane metody rozwiązywania zadań, poprawnie posługuje się poznanymi pojęciami, umie zinterpretować otrzymane wyniki i rozwiązywać zadania praktyczne z tematyki przedmiotu. | [SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja<br>[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny<br>[SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                                                             | [MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych                                                                 | Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych.                                                                                                                                                                                                                                         | [SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja<br>[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta                                           |
| Treści przedmiotu                                           | [MATMU2_W02] zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych                                                                                 | Student zna i rozumie podstawowe pojęcia abstrakcyjnej teorii miary i całki, jak: różne rodzaje zbieżności ciągów funkcji mierzalnych, w tym zbieżność wg miary; pojęcie absolutnej ciągłości miar; pojęcia produktu przestrzeni mierzalnych i miary produktowej.                                                                           | [SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny<br>[SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja                                                                |
|                                                             | [MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych                                                                           | Student jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych                                                                                                                                                                                                                                                    | [SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja<br>[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta                                           |
| Wymagania wstępne i dodatkowe                               | Znajomość teorii miary Lebesguea i całki Lebesguea w zakresie przedmiotu Wstęp do teorii miary.                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                  |
| Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się | Sposób oceniania (składowe)                                                                                                                                             | Próg zaliczeniowy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Składowa oceny końcowej                                                                                                                          |
|                                                             | obserwacja postawy studenta                                                                                                                                             | 51.0%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.0%                                                                                                                                             |
|                                                             | egzamin ustny/pisemny                                                                                                                                                   | 51.0%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 50.0%                                                                                                                                            |
|                                                             | kolokwia                                                                                                                                                                | 51.0%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 45.0%                                                                                                                                            |
|                                                             | aktywność                                                                                                                                                               | 51.0%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 5.0%                                                                                                                                             |
| Zalecana lista lektur                                       | Podstawowa lista lektur                                                                                                                                                 | 1. R. Sikorski, <i>Funkcje rzeczywiste</i> , PWN 1958.<br>2. P. Halmos, <i>Measure theory</i> , Springer 1974.<br>3. W. Rudin, <i>Analiza rzeczywista i zespolona</i> , PWN 2009.                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                  |
|                                                             | Uzupełniająca lista lektur                                                                                                                                              | 1. A. Bruckner, J. Bruckner, B. Thomson, <i>Real Analysis</i> , Prentice-Hall International, 1997.                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                  |
|                                                             | Adresy eZasobów                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                  |

|                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Przykładowe zagadnienia/<br>przykładowe pytania/<br>realizowane zadania | 1. Podanie definicji zbieżności wg miary.<br><br>2. Sprawdzenie, czy dany ciąg jest zbieżny wg miary.<br><br>3. Sformułowanie i udowodnienie twierdzenia Jegorowa.<br><br>4. Sformułowanie i dowód twierdzenia Fubiniego.<br><br>5. Sformułowanie i dowód twierdzenia Radona-Nikodyma. |
| Praktyki zawodowe<br>w ramach przedmiotu                                | Nie dotyczy                                                                                                                                                                                                                                                                            |

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.