

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Computational Mathematics of Evolutionary Equations, PG_00174529						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2025/2026		
Poziom kształcenia	II stopnia	Grupa zajęć			Grupa zajęć fakultatywnych		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	1	Język wykładowy			angielski		
Semestr studiów	2	Liczba punktów ECTS			6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	dr hab. Karolina Kropielnicka					
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z numerycznymi metodami rozwiązywania równań ewolucyjnych, czyli takich, które opisują zmiany w czasie i przestrzeni w modelach matematycznych z obszarów fizyki, biologii, chemii i inżynierii. W trakcie kursu omawiane są sposoby dyskretyzacji czasowej i przestrzennej (m.in. metody różnic skończonych, elementów skończonych i spektralne) oraz numeryczne algorytmy wykorzystywane do ich rozwiązywania. Szczególny nacisk położony jest na zrozumienie własności algorytmów takich jak dokładność, stabilność, wydajność i odporność numeryczna.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki	Student potrafi rozumieć teksty matematyczne o różnym charakterze, w szczególności dotyczące metod numerycznych i równań ewolucyjnych, umożliwiające efektywne uczenie się i samodzielne rozwiązywanie problemów.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja
	[MATMU2_U05] potrafi w wybranej dziedzinie przeprowadzać dowody, w których stosuje w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki	Student potrafi przeprowadzać dowody matematyczne w zakresie metod numerycznych równań ewolucyjnych, wykorzystując w razie potrzeby narzędzia z innych działów matematyki.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania i korzystania z literatury matematycznej i obliczeniowej, w tym w języku angielskim, w celu pogłębiania wiedzy i rozwiązywania problemów numerycznych.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Student zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych metod numerycznych stosowanych do równań różniczkowych cząstkowych i zwyczajnych, w szczególności zagadnień dotyczących stabilności, zbieżności i błędów obliczeń.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U04] potrafi, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki	Student potrafi zaawansowanie stosować oraz precyzyjnie przedstawiać w formie pisemnej i ustnej wybrane metody numeryczne z dziedziny matematyki obliczeniowej dotyczące równań ewolucyjnych.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_W02] zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych	Student zna i rozumie istotę konstrukcji rozumowań matematycznych oraz ich rolę w formułowaniu, analizie i weryfikacji metod numerycznych stosowanych do równań ewolucyjnych.	[SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja
	[MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Student jest świadomy złożoności metod numerycznych stosowanych do równań ewolucyjnych oraz ograniczeń swojej wiedzy w tym zakresie i wykazuje gotowość do dalszego samodzielnego uczenia się i pogłębiania kompetencji matematyczno-obliczeniowych.	[SK4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków	Student potrafi określić swoje zainteresowania w obszarze matematyki obliczeniowej i równań ewolucyjnych oraz rozwijać je, w tym nawiązywać kontakt i rozumieć wykłady specjalistów skierowane do młodych badaczy.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja
	[MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Student jest gotów formułować świadome i uzasadnione opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych związanych z metodami numerycznymi i równaniami ewolucyjnymi.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_U06] potrafi zastosować metody i przykłady z wybranej dziedziny matematyki w pokrewnych dziedzinach	Student potrafi zastosować metody numeryczne i przykłady z matematyki obliczeniowej równań ewolucyjnych w pokrewnych dziedzinach matematyki i nauk stosowanych.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny

	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_U01] potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów	Student potrafi formułować i uzasadniać twierdzenia dotyczące własności metod numerycznych (takich jak stabilność, zbieżność, czy zachowanie energii), a także weryfikować ich poprawność poprzez konstrukcję przykładów i kontrprzykładów.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Student zna i rozumie w pogłębiony sposób metody matematyki obliczeniowej stosowane do równań ewolucyjnych, rozumie ich powiązania z innymi działami matematyki (takimi jak analiza funkcjonalna, algebra liniowa czy analiza zespolona) oraz potrafi interpretować i analizować aktualne problemy badawcze w tej dziedzinie.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Student rozumie znaczenie uczciwości intelektualnej w pracy obliczeniowej i badawczej, potrafi wskazać źródła wykorzystywanych rozwiązań oraz postępuje etycznie przy tworzeniu kodu, analizie wyników i współpracy z innymi.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student potrafi precyzyjnie formułować pytania dotyczące metod numerycznych i modeli równań ewolucyjnych, w celu pogłębienia własnego rozumienia tematu oraz identyfikacji luk w rozumowaniu lub obliczeniach.	[SK4] test/egzamin - ustny lub pisemny

1.
Wprowadzenie do równań ewolucyjnych:
 - Przykłady zjawisk modelowanych równaniami ewolucyjnymi (fala, dyfuzja, Schrödingera).
2.
Wstęp do matematyki obliczeniowej równań ewolucyjnych:
 - Dyskretyzacja czasoprzestrzenna: pojęcie siatki, krok czasowy i przestrzenny.
 - Kryteria jakości algorytmów: dokładność, stabilność, zbieżność, efektywność.
3.
Dyskretyzacja czasowa:
 - Metody jawne i niejawne (Euler, Crank-Nicolson, Runge-Kutta).
 - Stabilność i sztywność równań (A-stabilność, L-stabilność).
4.
Dyskretyzacja przestrzenna:
 - Metody różnic skończonych (FDM).
 - Metody elementów skończonych (FEM).
 - Metody spektralne podstawy i zastosowania.
5.
Rozwiązywanie równań ewolucyjnych:
 - Połączenie dyskretyzacji czasowej i przestrzennej.
 - Schematy dla równań parabolicznych, hiperbolicznych i Schrödingera.
6.
Analiza numeryczna algorytmów:
 - Źródła błędów: obcięcie, zaokrąglenie.
 - Warunek Couranta-Friedrichsa-Lewyego (CFL).
 - Konserwacja wielkości fizycznych (np. energii) w algorytmach.
7.
Implementacja i wizualizacja:
 - Implementacja w Pythonie (NumPy, Matplotlib, SciPy).
 - Wizualizacja rozwiązań przebiegi czasowe, profile przestrzenne.

	8. Zagadnienia wybrane i projekty studenckie: - Rozwiązania do problemów rzeczywistych (np. fala na granicy, rozchodzenie się ciepła). - Projekty z wykorzystaniem rzeczywistych modeli fizycznych lub biologicznych.		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Wymagania wstępne: - Podstawowa znajomość analizy matematycznej (pochodne, całki, podstawowe równania różniczkowe). - Znajomość podstaw algebry liniowej (układy równań liniowych, macierze, przestrzenie liniowe). - Umiejętność programowania w Pythonie na poziomie podstawowym (zmienne, pętle, funkcje, praca z bibliotekami numerycznymi np. NumPy). - Umiejętność komunikowania się w języku angielskim na poziomie umożliwiającym udział w wykładach i ćwiczeniach prowadzonych w tym języku. Wymagania dodatkowe (zalecane): - Odbyte zajęcia z przedmiotu <i>Foundations of Computational Mathematics</i> (nieobowiązkowe, ale pomocne). - Znajomość podstawowych metod numerycznych (np. metody Eulera, interpolacja, całkowanie numeryczne). - Zainteresowanie zastosowaniami matematyki w naukach przyrodniczych i inżynierii.		
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%
	egzamin	51.0%	100.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	- Peter Deuflhard, Folkmar Bornemann, Scientific computing with ordinary differential equations, Springer, 2002. - Peter Deuflhard, Martin Weiser, Adaptive numerical solution of pdes, DeGruyter, 2012. - Ernst Hairer, Gerhard Wanner, Solving ordinary differential equations II, 2nd edition, Springer, 1996. A. Iserles, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, CUP, 2009.	
	Uzupełniająca lista lektur	- Peter Deuflhard, Folkmar Bornemann, Scientific computing with ordinary differential equations, Springer, 2002. - Peter Deuflhard, Martin Weiser, Adaptive numerical solution of pdes, DeGruyter, 2012. - Ernst Hairer, Gerhard Wanner, Solving ordinary differential equations II, 2nd edition, Springer, 1996. A. Iserles, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, CUP, 2009.	
	Adresy eZasobów		

Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	• Różnice między metodami jawnymi a niejawnymi w dyskretyzacji czasowej. • Stabilność metod numerycznych pojęcie A-stabilności i jej znaczenie. • Dyskretyzacja przestrzenna: porównanie metod różnic skończonych, elementów skończonych i spektralnych.
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.