

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Analiza na rozmaiwościach, PG_00170282						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2025/2026		
Poziom kształcenia	II stopnia		Grupa zajęć				
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	1		Język wykładowy		polski po polsku lub po angielsku		
Semestr studiów	2		Liczba punktów ECTS		6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		zaliczenie		
Jednostka prowadząca	Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr hab. Andreas Zastrow				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	Zaznajomienie studentów z głównymi podstawami teorii rozmaiwości różniczkowych, podstawowymi pojęciami i narzędziami, głównymi twierdzeniami i dowodami części z nich. Wykształcenie w studentach umiejętności abstrakcyjnego rozumienia problemów oraz posługiwania się teorią rozmaiwości różniczkowych w matematycznej pracy naukowej.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_U06] potrafi zastosować metody i przykłady z wybranej dziedziny matematyki w pokrewnych dziedzinach	Student potrafi rozwiązywać problemy z zakresu analizy na różnorodnościach, używając zarówno standardowych metod analizy matematycznej, algebry i topologii, jak i poznanych na wykładzie definicji, własności i twierdzeń	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Student jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych z zakresu analizy na różnorodnościach.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MATMU2_U04] potrafi, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki	Student potrafi w dziedzinie analizy na różnorodności na poziomie zaawansowanym w mowie i na piśmie przedstawić matematyczne argumentacje	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU5] realizacja zadania problemowego
	[MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze w dziedzinach analizy, topologii i algebry.	[SK2] prezentacja/projekt/referat/ raport
	[MATMU2_U01] potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów	Student w zakresie analizy na różnorodnościach potrafi skonstruować matematyczne argumentacje: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów	[SU2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_U05] potrafi w wybranej dziedzinie przeprowadzać dowody, w których stosuje w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki	Student potrafi przeprowadzać dowody z zakresu analizy na różnorodnościach, używając zarówno standardowych metod analizy matematycznej, algebry i topologii.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Student zna i rozumie analiza na różnorodnościach w sposób pogłębiony i jest w stanie tam rozumieć sformułowania zagadnień pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień z innymi działami matematyki, w szczególności z analizy matematycznej, algebry lub topologii.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Student jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Student jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Student w zakresie analizy na różnorodnościach zna i rozumie w sposób pogłębiony odpowiednią teorię. W szczególności w tej dziedzinie on(a) wymienia podstawowe definicje i wzory, zna przykłady i kontrprzykłady zdefiniowanych obiektów, i poprawnie formułuje i dowodzi podstawowe twierdzenia.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki	Student potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z zakresu analizy na różnorodnościach.	[SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_W02] zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych	Student zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych z zakresu analizy na różnorodnościach.	[SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja

	<table><tr><td>Efekt kierunkowy</td><td>Efekt z przedmiotu</td><td>Sposób weryfikacji i oceny efektu</td></tr><tr><td>[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania</td><td>Student w zakresie analizy na różnaitościach jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania</td><td>[SK2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta</td></tr><tr><td>[MATMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków</td><td>Student potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami z zakresu analizy na różnaitościach, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków.</td><td>[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta</td></tr></table>	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu	[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student w zakresie analizy na różnaitościach jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	[SK2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta	[MATMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków	Student potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami z zakresu analizy na różnaitościach, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta					
Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu													
[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student w zakresie analizy na różnaitościach jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	[SK2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta													
[MATMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków	Student potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami z zakresu analizy na różnaitościach, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta													
Treści przedmiotu	1. Różnaitości topologiczne i różniczkowe, atlas i struktura różniczkowa. 2. Odwzorowania pomiędzy różnaitościami, rząd odwzorowania. 3. Pojęcie podrozmaitości. 4. Własności immersji, submersji i włożeń. 5. Przestrzeń i wiązka styczna do różnaitości, pochodna odwzorowania. 6. Twierdzenie o aproksymacji. 7. Transwersalność. 8. Orientacja różnaitości. 9. Różnaitości z brzegiem. 10. Stopień odwzorowania. 11. Formy różniczkowe, całka z formy różniczkowej i twierdzenie Stokesa.														
Wymagania wstępne i dodatkowe	Standardowe wykłady z analizy, algebry liniowe and topologii metrycznej z wcześniejszych lat studium matematycznego.														
Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się	<table><tr><td>Sposób oceniania (składowe)</td><td>Próg zaliczeniowy</td><td>Składowa oceny końcowej</td></tr><tr><td>aktywność podczas ćwiczeń razem z prezentacji rozwiązań zadań domowych</td><td>51.0%</td><td>50.0%</td></tr><tr><td>obserwacja postawy studenta</td><td>51.0%</td><td>0.0%</td></tr><tr><td>egzamin</td><td>51.0%</td><td>50.0%</td></tr></table>	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	aktywność podczas ćwiczeń razem z prezentacji rozwiązań zadań domowych	51.0%	50.0%	obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%	egzamin	51.0%	50.0%		
Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej													
aktywność podczas ćwiczeń razem z prezentacji rozwiązań zadań domowych	51.0%	50.0%													
obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%													
egzamin	51.0%	50.0%													
Zalecana lista lektur	<table><tr><td>Podstawowa lista lektur</td><td> 1. John M. Lee, "Introduction to Smooth Manifolds", Springer 2. John M. Lee, "Introduction to Topological Manifolds", Springer 3. Morris W. Hirsch, "Differential Topology", Springer 4. Martin Golubitsky, Victor Guillemin, "Stable Mappings and their Singularities", Springer 5. John Milnor, "Topologia z różniczkowego punktu widzenia", PWN 6. Michael Spivak, Analiza na różnaitościach, PWN, 2006 . </td></tr><tr><td>Uzupełniająca lista lektur</td><td> 1. M. P. do Carmo, "Differential Forms and Applications", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1994. 2. Victor Guillemin, Alan Pollack, "Differential topology", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974. </td></tr><tr><td>Adresy eZasobów</td><td colspan="2"></td></tr></table>	Podstawowa lista lektur	1. John M. Lee, "Introduction to Smooth Manifolds", Springer 2. John M. Lee, "Introduction to Topological Manifolds", Springer 3. Morris W. Hirsch, "Differential Topology", Springer 4. Martin Golubitsky, Victor Guillemin, "Stable Mappings and their Singularities", Springer 5. John Milnor, "Topologia z różniczkowego punktu widzenia", PWN 6. Michael Spivak, Analiza na różnaitościach, PWN, 2006 .	Uzupełniająca lista lektur	1. M. P. do Carmo, "Differential Forms and Applications", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1994. 2. Victor Guillemin, Alan Pollack, "Differential topology", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.	Adresy eZasobów									
Podstawowa lista lektur	1. John M. Lee, "Introduction to Smooth Manifolds", Springer 2. John M. Lee, "Introduction to Topological Manifolds", Springer 3. Morris W. Hirsch, "Differential Topology", Springer 4. Martin Golubitsky, Victor Guillemin, "Stable Mappings and their Singularities", Springer 5. John Milnor, "Topologia z różniczkowego punktu widzenia", PWN 6. Michael Spivak, Analiza na różnaitościach, PWN, 2006 .														
Uzupełniająca lista lektur	1. M. P. do Carmo, "Differential Forms and Applications", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1994. 2. Victor Guillemin, Alan Pollack, "Differential topology", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.														
Adresy eZasobów															
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	Zaliczenie wykładu na podstawie wyników egzaminu ustnego z zakresu określonego w efektach kształcenia. Zaliczenie ćwiczeń na podstawie wyników przedstawionych rozwiązań zadań z zakresu określonego w efektach kształcenia.														
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy														

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.