

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Teoria węzłów, PG_00179291						
Kierunek studiów	Modelowanie matematyczne i analiza danych (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2025/2026		
Poziom kształcenia	II stopnia		Grupa zajęć		Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć fakultatywnych		
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	1		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	1		Liczba punktów ECTS		5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		zaliczenie		
Jednostka prowadząca							
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr hab. Maciej Mroczkowski				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	0.0	0.0	0.0	0.0	30.0	30
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	30		5.0		90.0	125
Cel przedmiotu	Zajmiemy sie badaniem węzłów matematycznych, które modelują węzły spotykane w naszym otoczeniu. Zobaczymy jak można formalnie zapisywać węzły za pomocą diagramów, a z kolei diagramy węzłów kodować na różne sposoby. Jednym z podstawowych pojęć będą tzw. ruchy Reidemeistera pozwalające na przechodzenie między różnymi diagramami tego samego węzła. Z pomoca tych ruchów określimy różne niezmienniki węzłów, czyli funkcje przyporządkowujące każdemu węzłowi element jakiegoś obiektu algebraicznego, np. zbioru liczb całkowitych lub wielomianów. Takie funkcje często są określone na diagramach węzłów, ale wymagamy aby miały taką samą wartość na różnych diagramach tego samego węzła. Ważne przykłady takich niezmienników, które będziemy rozważać to: wielomian Jonesa, wielomian Conwaya-Alexandera czy n-kolorowanie Foxa. Innym tematem będzie grupa podstawowa węzła. Aby wprowadzić to pojęcie będziemy musieli poznać pewne elementy teorii grup i topologii algebraicznej.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MMiADMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Student wyszukuje samodzielnie literaturę dotyczącą teorii węzłów w językach polskim i angielskim.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MMiADMU2_U09] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać wystąpienia ustne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki	Student wygłasza referaty z teorii węzłów po polsku lub angielsku.	[SU2] prezentacja/projekt/referat/ raport
	[MMiADMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki	Student rozumie wybrane rozdziały z książek dotyczących teorii węzłów oraz wybranych prac badawczych.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU2] prezentacja/projekt/referat/ raport
	[MMiADMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków	Student jest zainteresowany okazjonalnymi wykładami na seminariach lub konferencjach związanymi z teorią węzłów lub teorią grup.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MMiADMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Student wie które aspekty teorii węzłów wymagają głębszego zrozumienia topologii algebraicznej i jest zmotywowany aby pogłębić swoją wiedzę w tej dziedzinie.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MMiADMU2_U05] potrafi w wybranej dziedzinie przeprowadzać dowody i analizy, w których stosuje w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki	Student umie stosować metody z algebry, w szczególności z teorii grup, w dowodach twierdzeń dotyczących teorii węzłów.	[SU2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna
	[MMiADMU2_U08] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki	Student pisze pracę magisterską w języku polskim i jest w stanie przygotować prace w języku angielskim, korzystając z literatury dt. teorii węzłów w tym języku.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna
	[MMiADMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student potrafi zadawać pytania dotyczące jego lub jej wątpliwości w zrozumieniu zagadnień i dowodów dotyczących teorii węzłów.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MMiADMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Student docenia uczciwość w pisaniu pracy i przygotowywaniu referatów bez plagiatu; jest w stanie przyznać się do niezrozumienia aspektów dowodu i nie udaje, że te aspekty rozumie.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MMiADMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Student zna podstawowe pojęcia teorii węzłów i teorii grup; rozumie powiązania teorii węzłów z algebrą. Jest w stanie zrozumieć tematykę niektórych prac badawczych z dziedziny teorii węzłów.	[SW2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SW3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna
	[MMiADMU2_U04] potrafi, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki	Student potrafi przedstawiać współczesne zagadnienia z teorii węzłów ustnie oraz na piśmie.	[SU2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna
	[MMiADMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Student formułuje opinie na temat swoich ulubionych czy najmniej lubianych aspektach z teorii węzłów i teorii grup.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MMiADMU2_U02] potrafi wyrażać treści matematyczne w mowie i na piśmie, w tekstach matematycznych o różnym charakterze	Student wygłasza referaty oraz pisze pracę magisterską w tematyce teorii węzłów w sposób klarowny.	[SU2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna

	<table><tr><td>Efekt kierunkowy</td><td>Efekt z przedmiotu</td><td>Sposób weryfikacji i oceny efektu</td></tr><tr><td>[MMiADMU2_W07] zna i rozumie podstawowe uwarunkowania prawne i etyczne związane z działalnością naukową i dydaktyczną</td><td>Student rozumie etyczne aspekty w pisaniu pracy magisterskiej np. unikając plagiatu.</td><td>[SW3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna</td></tr></table>	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu	[MMiADMU2_W07] zna i rozumie podstawowe uwarunkowania prawne i etyczne związane z działalnością naukową i dydaktyczną	Student rozumie etyczne aspekty w pisaniu pracy magisterskiej np. unikając plagiatu.	[SW3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna						
Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu											
[MMiADMU2_W07] zna i rozumie podstawowe uwarunkowania prawne i etyczne związane z działalnością naukową i dydaktyczną	Student rozumie etyczne aspekty w pisaniu pracy magisterskiej np. unikając plagiatu.	[SW3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna											
Treści przedmiotu	- definicja węzłów oraz splotów - diagramy węzłów i splotów wraz z różnymi sposobami ich kodowania - ruchy Reidemeistera na diagramach - n-kolorowania Foxa na węzłach - wielomian Conwaya-Alexandera - wielomian Jonesa - inne ważne niezmienniki węzłów - grupa podstawowa, prezentacja grupy - grupa węzła, prezentacja Wirtingera - badanie grup z danymi prezentacjami												
Wymagania wstępne i dodatkowe	Elementarna wiedza z analizy, algebry liniowej. Dobrze jeśli student zna podstawy z algebry abstrakcyjnej, chociaż będzie to też rozwijane na seminarium.												
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	<table><tr><td>Sposób oceniania (składowe)</td><td>Próg zaliczeniowy</td><td>Składowa oceny końcowej</td></tr><tr><td>obserwacja postawy studenta</td><td>51.0%</td><td>0.0%</td></tr><tr><td>wejściówki</td><td>51.0%</td><td>20.0%</td></tr><tr><td>referaty studenta z oddanymi wersjami pisemnymi</td><td>51.0%</td><td>80.0%</td></tr></table>	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%	wejściówki	51.0%	20.0%	referaty studenta z oddanymi wersjami pisemnymi	51.0%	80.0%
Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej											
obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%											
wejściówki	51.0%	20.0%											
referaty studenta z oddanymi wersjami pisemnymi	51.0%	80.0%											
Zalecana lista lektur	<table><tr><td>Podstawowa lista lektur</td><td>C. Adams, The Knot Book. An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of Knots, AMS 2004. C. Livingston, Knot Theory, MAA 1993. W.B.R Lickorish, An Introduction to Knot Theory, Springer 1997. J.H. Przytycki, Teoria węzłów i związanych z nimi struktur dystrybutywnych, Wydawnictwo UG 2016. D. Rolfsen, Knots and links, AMS Chelsea Publishing</td></tr></table>	Podstawowa lista lektur	C. Adams, The Knot Book. An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of Knots, AMS 2004. C. Livingston, Knot Theory, MAA 1993. W.B.R Lickorish, An Introduction to Knot Theory, Springer 1997. J.H. Przytycki, Teoria węzłów i związanych z nimi struktur dystrybutywnych, Wydawnictwo UG 2016. D. Rolfsen, Knots and links, AMS Chelsea Publishing										
Podstawowa lista lektur	C. Adams, The Knot Book. An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of Knots, AMS 2004. C. Livingston, Knot Theory, MAA 1993. W.B.R Lickorish, An Introduction to Knot Theory, Springer 1997. J.H. Przytycki, Teoria węzłów i związanych z nimi struktur dystrybutywnych, Wydawnictwo UG 2016. D. Rolfsen, Knots and links, AMS Chelsea Publishing												

	Uzupełniająca lista lektur	G. Burde , H. Zieschang i M. Heusener, Knots, De Gruyter, 2013 K. Murasugi, Knot Theory and Its Application, Springer 1993
	Adresy eZasobów	
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	- Obliczanie wielomianów węzłów i rozróżnianie węzłów - Obliczanie grup podstawowych węzłów i analiza tych grup	
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy	

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.