

## Karta przedmiotu

|                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                           |                                      |                        |                                                                                                                                    |                       |       |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------|
| Nazwa i kod przedmiotu                   | Metody Matematyki Obliczeniowej, PG_00179326                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                           |                                      |                        |                                                                                                                                    |                       |       |
| Kierunek studiów                         | Modelowanie matematyczne i analiza danych (O)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                           |                                      |                        |                                                                                                                                    |                       |       |
| Data rozpoczęcia studiów                 | październik 2025 r.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                           | Rok akademicki realizacji przedmiotu |                        | 2025/2026                                                                                                                          |                       |       |
| Poziom kształcenia                       | II stopnia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                           | Grupa zajęć                          |                        | Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów<br>Grupa zajęć fakultatywnych                                                 |                       |       |
| Forma studiów                            | stacjonarne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                           | Sposób realizacji                    |                        | na uczelni                                                                                                                         |                       |       |
| Rok studiów                              | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                           | Język wykładowy                      |                        | polski<br>Jeżeli studenci wyrażą chęć, możemy prowadzić zajęcia w języku angielskim, co pozwoli podnieść ich kompetencje językowe. |                       |       |
| Semestr studiów                          | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                           | Liczba punktów ECTS                  |                        | 5.0                                                                                                                                |                       |       |
| Profil kształcenia                       | ogólnoakademicki                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                           | Forma zaliczenia                     |                        | zaliczenie                                                                                                                         |                       |       |
| Jednostka prowadząca                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                           |                                      |                        |                                                                                                                                    |                       |       |
| Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców) | Odpowiedzialny za przedmiot                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                           | dr hab. Karolina Kropielnicka        |                        |                                                                                                                                    |                       |       |
|                                          | Prowadzący zajęcia z przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                           |                                      |                        |                                                                                                                                    |                       |       |
| Formy zajęć                              | Forma zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Wykład                                                    | Ćwiczenia                            | Laboratorium           | Projekt                                                                                                                            | Seminarium            | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.0                                                       | 0.0                                  | 0.0                    | 0.0                                                                                                                                | 30.0                  | 30    |
|                                          | W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                           |                                      |                        |                                                                                                                                    |                       |       |
| Aktywność studenta i liczba godzin pracy | Aktywność studenta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów |                                      | Udział w konsultacjach |                                                                                                                                    | Praca własna studenta | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin pracy studenta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 30                                                        |                                      | 5.0                    |                                                                                                                                    | 90.0                  | 125   |
| Cel przedmiotu                           | Celem seminarium jest pogłębienie wiedzy i umiejętności w zakresie matematyki obliczeniowej, ze szczególnym uwzględnieniem metod numerycznych służących do rozwiązywania równań różniczkowych. Studenci poznają teoretyczne podstawy oraz praktyczne techniki projektowania, analizy i implementacji algorytmów numerycznych. Seminarium przygotowuje do samodzielnej pracy badawczej i twórczego rozwiązywania problemów matematycznych z wykorzystaniem narzędzi obliczeniowych. |                                                           |                                      |                        |                                                                                                                                    |                       |       |

| Efekty uczenia się przedmiotu | Efekt kierunkowy                                                                                                                                                                                                                                                                | Efekt z przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                    | Sposób weryfikacji i oceny efektu                           |
|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
|                               | [MMiADMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki | Student zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej, potrafi interpretować i analizować sformułowania zagadnień będących na etapie badań naukowych oraz rozumie powiązania tej dziedziny z innymi działami matematyki. | [SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja                      |
|                               | [MMiADMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków                                                         | Student potrafi określić swoje zainteresowania naukowe i systematycznie je rozwijać. Jest zdolny do nawiązywania kontaktu ze specjalistami w swojej dziedzinie oraz rozumienia wykładów i materiałów skierowanych do młodych matematyków.                             | [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego                                                                                                                           | Student jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w swoich działaniach oraz w działaniach innych osób, a także do przestrzegania zasad etycznego postępowania.                                                                        | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki                                                                                                                                                                      | Student potrafi rozumieć teksty matematyczne o różnym charakterze i stopniu trudności, pochodzące z wybranych dziedzin matematyki.                                                                                                                                    | [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADMU2_W07] zna i rozumie podstawowe uwarunkowania prawne i etyczne związane z działalnością naukową i dydaktyczną                                                                                                                                                           | Student zna i rozumie podstawowe uwarunkowania prawne oraz etyczne związane z prowadzeniem działalności naukowej i dydaktycznej oraz potrafi stosować je w praktyce.                                                                                                  | [SW5] realizacja zadania problemowego                       |
|                               | [MMiADMU2_U02] potrafi wyrażać treści matematyczne w mowie i na piśmie, w tekstach matematycznych o różnym charakterze                                                                                                                                                          | Student potrafi jasno i poprawnie wyrażać treści matematyczne zarówno w formie ustnej, jak i pisemnej, radząc sobie z różnorodnymi tekstami matematycznymi o różnym stopniu złożoności.                                                                               | [SU6] demonstracja umiejętności praktycznych                |
|                               | [MMiADMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych                                                                                                                                                                       | Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania i analizowania informacji w literaturze fachowej, w tym także w źródłach w językach obcych.                                                                                                                          | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADMU2_U09] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać wystąpienia ustne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki                                                                                                                  | Student potrafi przygotowywać i wygłaszać pogłębione wystąpienia ustne w języku polskim oraz co najmniej jednym języku obcym na tematy z wybranej dziedziny matematyki, prezentując wiedzę w sposób klarowny i przekonujący.                                          | [SU5] realizacja zadania problemowego                       |
|                               | [MMiADMU2_U04] potrafi, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki                                                                                    | Student potrafi na poziomie zaawansowanym, obejmującym współczesne metody matematyczne, stosować oraz precyzyjnie przedstawiać w formie ustnej i pisemnej metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki.                                                       | [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADMU2_U05] potrafi w wybranej dziedzinie przeprowadzać dowody i analizy, w których stosuje w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki                                                                                                                   | Student potrafi w wybranej dziedzinie matematyki przeprowadzać precyzyjne dowody i analizy, wykorzystując w razie potrzeby narzędzia i metody z innych działów matematyki.                                                                                            | [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|                               | [MMiADMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia                                                                                                                                                                           | Student jest świadomy ograniczeń własnej wiedzy oraz wykazuje gotowość do dalszego samodzielnego kształcenia i rozwoju naukowego.                                                                                                                                     | [SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |

|  | Efekt kierunkowy                                                                                                                                                          | Efekt z przedmiotu                                                                                                                                                                                                      | Sposób weryfikacji i oceny efektu                           |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
|  | [MMiADMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych                                                                           | Student potrafi formułować i wyrażać własne opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych, wykazując się umiejętnością argumentacji i uzasadniania swoich stanowisk.                                            | [SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja                      |
|  | [MMiADMU2_U08] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki                | Student potrafi przygotowywać pogłębione prace pisemne w języku polskim oraz co najmniej jednym języku obcym, dotyczące wybranych zagadnień z dziedziny matematyki, wykazując się precyzją i poprawnością merytoryczną. | [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta |
|  | [MMiADMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania | Student jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, które pozwalają na pogłębienie jego zrozumienia danego tematu oraz identyfikację brakujących elementów rozumowania.                                              | [SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja                      |

|                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Treści przedmiotu | <p>Treści przedmiotu, zajęć</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.             <b>Wprowadzenie do matematyki obliczeniowej:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rola i znaczenie metod numerycznych w rozwiązywaniu równań różniczkowych.</li> <li>• Przegląd podstawowych narzędzi i technik obliczeniowych.</li> </ul> </li> <li>2.             <b>Dyskretyzacja problemów matematycznych:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Metody różnic skończonych (Finite Differences).</li> <li>• Metody elementów skończonych (Finite Elements).</li> <li>• Metody spektralne (Galerkin, Fourier).</li> </ul> </li> <li>3.             <b>Metody numeryczne równań ewolucyjnych:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dyskretyzacja czasowa i przestrzenna równań.</li> <li>• Implementacja i analiza algorytmów numerycznych.</li> </ul> </li> <li>4.             <b>Numeryczna algebra liniowa:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozkłady macierzy (QR, LU).</li> <li>• Metody podprzestrzeni Krylowa.</li> </ul> </li> <li>5.             <b>Numeryczne metody całkowania (kwadratury):</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kwadratury Gaussa, Newtona-Cotesa, Filona.</li> </ul> </li> <li>6.             <b>Zastosowania i studia przypadków:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozwiązywanie równań falowych, cieplnych, Schrödingera.</li> <li>• Wizualizacja rozwiązań i analiza wyników.</li> </ul> </li> <li>7.             <b>Programowanie i implementacja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Praktyczne zastosowanie Python do implementacji metod numerycznych.</li> <li>• Analiza efektywności, stabilności i dokładności algorytmów.</li> </ul> </li> </ol> |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                              |                         |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Wymagania wstępne i dodatkowe                                 | Wymagania wstępne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                              |                         |
|                                                               | <ul style="list-style-type: none"><li>• Podstawowa znajomość analizy matematycznej oraz algebry liniowej.</li><li>• Umiejętność programowania w Pythonie na poziomie podstawowym.</li><li>• Znajomość podstawowych metod numerycznych i technik obliczeniowych.</li><li>• Umiejętność czytania i rozumienia tekstów naukowych w języku angielskim.</li></ul>                                                                      |                                                                                                                              |                         |
|                                                               | Wymagania dodatkowe                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                              |                         |
|                                                               | <ul style="list-style-type: none"><li>• Doświadczenie w rozwiązywaniu równań różniczkowych i analizie ich rozwiązań.</li><li>• Znajomość metod dyskretyzacji takich jak metody różnic skończonych lub elementów skończonych.</li><li>• Umiejętność korzystania z bibliotek numerycznych w Pythonie (np. NumPy, SciPy).</li><li>• Zainteresowanie zaawansowanymi zagadnieniami matematyki obliczeniowej i programowania.</li></ul> |                                                                                                                              |                         |
| Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się | Sposób oceniania (składowe)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Próg zaliczeniowy                                                                                                            | Składowa oceny końcowej |
|                                                               | Aktywność podczas zajęć (dyskusje, zadawanie pytań, udział w ćwiczeniach)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 51.0%                                                                                                                        | 30.0%                   |
|                                                               | Prezentacje ustne i raporty pisemne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 51.0%                                                                                                                        | 70.0%                   |
| Zalecana lista lektur                                         | Podstawowa lista lektur                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1. A. Iserles, <i>A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations</i> , Cambridge University Press, 2009. |                         |
|                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2. P. Deuflhard, F. Bornemann, <i>Scientific Computing with Ordinary Differential Equations</i> , Springer, 2002.            |                         |
|                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 3. E. Hairer, G. Wanner, <i>Solving Ordinary Differential Equations II</i> , 2nd edition, Springer, 1996.                    |                         |
|                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 4. P. Deuflhard, M. Weiser, <i>Adaptive Numerical Solution of PDEs</i> , DeGruyter, 2012.                                    |                         |
|                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 5. C. Lubich, <i>From Quantum to Classical Molecular Dynamics: Reduced Models and Numerical Analysis</i> , EMS, 2008.        |                         |

|                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                         | Uzupełniająca lista lektur                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. B. Fornberg, D.M. Sloan, <i>A Review of Pseudospectral Methods for Solving Partial Differential Equations</i>, Acta Numerica, 1994, 203267 Cambridge University Press</li> <li>2. W. Arendt, K. Urban, <i>Partial Differential Equations An Introduction to Analytical and Numerical Methods</i>, Springer, 2023 <a href="#">SpringerLink</a></li> <li>3. A.J. Salgado, S.M. Wise, <i>Classical Numerical Analysis A Comprehensive Course</i>, Cambridge University Press, 2023 Cambridge University Press</li> <li>4. J. Stoer, R. Bulirsch, <i>Introduction to Numerical Analysis</i>, Springer, 2002 <a href="#">SpringerLink</a></li> <li>5. G. Strang, <i>Computational Science and Engineering</i>, Wellesley-Cambridge Press, 2007 MIT OpenCourseWare</li> </ol> |
|                                                                         | Adresy eZasobów                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Przykładowe zagadnienia/<br>przykładowe pytania/<br>realizowane zadania | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zagadnienie dyskretyzacji równań różniczkowych: metody różnic skończonych, elementów skończonych i spektralne</li> <li>• Analiza stabilności i dokładności wybranych metod numerycznych</li> <li>• Implementacja algorytmów numerycznych (np. Euler, Runge-Kutta) w Pythonie</li> <li>• Rozwiązywanie równań ewolucyjnych: równanie falowe, ciepłone, Schrödingera</li> <li>• Praktyczne wykorzystanie dekompozycji macierzy: LU, QR, metody podprzestrzeni Krylowa</li> <li>• Numeryczne przybliżenia całek (kwadratury): metody Gaussa, Newtona-Cotesa, Filona</li> <li>• Zadania projektowe: implementacja i analiza wybranej metody numerycznej dla konkretnego modelu matematycznego</li> <li>• Dyskusje na temat ograniczeń i trudności numerycznych w rozwiązywaniu równań różniczkowych</li> <li>• Przegląd literatury i samodzielne wyszukiwanie informacji naukowej na temat zaawansowanych metod obliczeniowych</li> </ul> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Praktyki zawodowe<br>w ramach przedmiotu                                | Nie dotyczy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.