

**Karta przedmiotu**

Nazwa i kod przedmiotu	Procesy stochastyczne, PG_00208868						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2025/2026		
Poziom kształcenia	II stopnia	Grupa zajęć			Grupa zajęć fakultatywnych Grupa zajęć specjalnościowych		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	1	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	1	Liczba punktów ECTS			6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr Monika Wrzosek				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu		dr Monika Wrzosek				
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawami teorii procesów stochastycznych, konstrukcją procesu Wienera i jego podstawowymi własnościami, podstawami teorii martyngałów i całki stochastycznej lto.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Student jest gotów do rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Student zna i rozumie elementy teorii procesów stochastycznych, w szczególności twierdzenia będące przedmiotem wykładu wraz z odpowiednimi definicjami, przykładami, dowodami	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_W02] zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych	Student zna i rozumie metody dowodowe, istotność ścisłego rozumowania i precyzyjnego formułowania problemu, zna podstawowe pojęcia teorii procesów stochastycznych, zna podstawowe przykłady zarówno ilustrujące konkretne pojęcia z tej dziedziny, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki	Student potrafi poprawnie posługiwać się podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa oraz procesów stochastycznych.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Student jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_U01] potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów	Student potrafi stosować poznane podczas wykładu twierdzenia i metody dowodowe, korzystać z idei i technik występujących w dowodach twierdzeń i przykładach podanych w trakcie wykładu, podać zastosowania poznanych twierdzeń, rozwiązywać zadania praktyczne z tematyki wykładu.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Student zna i rozumie aktualny stan wiedzy w dziedzinie teorii procesów stochastycznych, wie, jakimi problemami zajmują się współcześnie jej badacze, a także potrafi wskazać jej powiązania z innymi działami matematyki.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny [SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja
	[MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Student jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań dotyczących procesów stochastycznych.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
Treści przedmiotu	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Proces stochastyczny: definicja, trajektoria procesu, przyrosty niezależne i stacjonarne, proces gaussowski.</li> <li>2. Proces Wienera: definicja, szkic konstrukcji.</li> <li>3. Własności procesu Wienera (wariacja i wariacja kwadratowa, ciągłość i nieróżniczkowalność trajektorii).</li> <li>4. Warunkowa wartość oczekiwana: definicja, własności.</li> <li>5. Czasy zatrzymania. Martyngały, podmartyngały, nadmartyngały. Nierówność Dooba.</li> <li>6. Całka stochastyczna Ito: konstrukcja, podstawowe własności.</li> </ol>		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Rachunek prawdopodobieństwa		

Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%
	aktywność	51.0%	5.0%
	egzamin	51.0%	50.0%
	kolokwium	51.0%	45.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. F. Klebaner, Introduction to Stochastic Calculus with Applications, ICP 2005.</li> <li>2. Z. Brzeźniak, T. Zastawniak, Basic Stochastic Processes, Springer 2005.</li> </ol>	
	Uzupełniająca lista lektur	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. I. Karatzas, S. E. Shreve, Brownian motion and stochastic calculus, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1988.</li> <li>2. I. I. Gichman, A. W. Skorochod, Wstęp do teorii procesów stochastycznych, PWN, 1968.</li> <li>3. J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, Script, 2000.</li> <li>4. A. D. Wentzell, Wykłady z teorii procesów stochastycznych, PWN 1980.</li> </ol>	
	Adresy eZasobów		
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	brak		
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy		

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.